О ЧЕМ В ДЕЙСТВИТЕЛЬНОСТИ ГОВОРИТ ТЕОРЕМА БЕЛЛА

(исправлено 18.10.2007)

I show that non-locality in the EPR-experiments seems to be apparent, it is entirely due to the quantum measurements *local indeterminism*.

Показано, что нелокальность в ЭПР-опытах является *кажущейся* и целиком обусловлена *локальным индетерминизмом* измерений в квантовой механике.

Введение

В широко известной работе **[EPR, 1935]** впервые был рассмотрен мысленный опыт, в котором между показаниями двух измерительных устройств, разделенных пространственно-подобным интервалом, имеется определенная корреляция. В поисках ее объяснения авторы работы пришли к необходимости существования “скрытого” параметра, не учитываемого квантовой механикой.

Спустя тридцать лет Джон Белл **[Bell, 1964]** формализовал описание измерительной процедуры и доказал знаменитую теорему. Согласно ей, любая такая процедура, *отвечающая его формализму локального реализма* (т.е. локального детерминизма), не может с помощью каких бы то ни было “скрытых” параметров воспроизвести предсказания квантовой механики (нарушается так называемое неравенство Белла)[1].

Совсем недавно автор статей **[Christian, 2007]** опубликовал “опровержение” теоремы Белла, используя представление о наблюдаемых величинах, принимающих значение на алгебре Клиффорда. Сразу же последовала убедительная критика его работ в **[Grangier, 2007]**, где сделан акцент на формализме с описанием измерительной процедуры по Беллу; если строго следовать данному формализму, то опровержение теоремы Белла действительно невозможно.

С другой стороны, существование нелокальной корреляции в современной физике представляется прямым вызовом основам теории относительности и вызывает неиссякающий поток исследований. Так, в публикации **[Aspect, 2000]** говорится:

> “… не будет преувеличением заключить, что в схеме с регулируемыми во времени поляризаторами теорема Белла устанавливает *противоречие между квантовой механикой и описанием мира в духе идей Эйнштейна.* Заметим, однако, что *Эйнштейн не знал теоремы Белла* и не мог размышлять о том, совместимо ли его представление о мире со всеми математическими предсказаниями квантовой механики.”

В работе **[Gizin, 2005]** с характерным названием “Может ли теория относительности считаться полной?” со ссылкой на большое число недавно выполненных экспериментов утверждается (перевод мой – М.Х.Ш.):

> “Бог не только играет в кости, Он играет в нелокальные кости! Одинаковая случайность проявляет себя сразу в различных местах… Лишь

[1] Заметим, что условия теоремы Белла лишь достаточны, но не необходимы для нарушения неравенства Белла **[Khrennikov, 2007]**.

очень небольшое меньшинство физиков еще отказывается признать квантовую нелокальность. Они спрашивают (зачастую с раздражением): Как можно, находясь в одной [из двух, разделенных в пространстве-времени – М.Х.Ш.] точке, узнать, что происходит в другой, не обмениваясь информацией? Я думаю, это замечательный вопрос!”

Таким образом, часто делается вывод о том, что нелокальные корреляции между квантовыми процессами нельзя непосредственно вывести из локальной статистической природы этих процессов. Ниже я постараюсь показать, что это *неверно* и что *в действительности “нелокальные” корреляции между различными квантовыми объектами неизбежно вытекают из локальной статистической природы этих процессов*. Поэтому, строго говоря, применительно к *различным* объектам нелокальность оказывается *кажущейся* и, следовательно, ни о каком сверхсветовом *взаимодействии* не может быть и речи.

Реальные фильтры. Классические и квантовые измерения

Напомним логику действия физических фильтров – устройства Штерна-Герлаха и поляризатора, с помощью которых обычно выполняются эксперименты по проверке квантовой нелокальности.

Устройство Штерна-Герлаха используют для разделения частиц с противоположной ориентацией спинов. При этом реальное устройство Штерна-Герлаха измеряет *не только знак* (“вверх” или “вниз”) отклонения частицы, обладающей магнитным моментом, *но и степень отклонения*, которая зависит от *абсолютной величины* этого момента.

Поляризатор используют для разделения различно поляризованных компонент светового луча. Если направить на поляризатор луч света, поляризованный под углом $\boldsymbol{\theta}$ к оптической оси поляризатора, то через него пройдет только часть с интенсивностью $\boldsymbol{E}$, пропорциональной $\cos^2 \boldsymbol{\theta}$ (закон Малюса). Таким образом, реальный поляризатор позволяет не только установить *факт прохождения (или нет)* через него излучения, но и *измерить интенсивность* прошедшего излучения.

Если излучение монохроматическое, т.е. энергия каждого фотона одна и та же, то мы фактически измеряем *количество* фотонов, прошедших через поляризатор за единицу времени. Это, однако, верно только в том случае, когда указанное количество заведомо больше единицы (классическое измерение). Если же частицы пропускаются через устройство достаточно *редко*, то речь уже должна идти о независимых измерениях над *одиночными* частицами, а для описания опыта следует использовать язык КМ, т.е. оперировать понятием *вероятности* прохождения фотона.

С этим поделать мы ничего не можем – для каждого фотона вплоть до момента измерения его результат не является *детерминированным*. Да, именно в это не хотел верить Эйнштейн, но это – чисто *локальный* феномен, и пока еще не всеми осознано, что именно из этого проистекает *кажущаяся* нелокальность при взаимодействии различных квантовых объектов. Поэтому для описания процедуры измерения должен использоваться не *локальный детерминизм* Белла, а *локальный индетерминизм* КМ.

В версии Белла коэффициент корреляции выражается следующим образом:

$$K(\boldsymbol{\theta}_{I} - \boldsymbol{\theta}_{II}) = \int d\lambda\ \rho(\lambda)\ A(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{I})\ B(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{II})$$

Здесь, в соответствии с общепринятыми обозначениями, λ – “скрытый параметр”, т.е. “истинная” поляризация каждого из пары когерентных фотонов; ρ(λ) – функция распределения “скрытого” параметра; $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}}$ и $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}}$ – настройки поляризаторов I и II; A и B – результаты измерения, принимающие значения +1 или –1.

В такой детерминистической версии, как показал Белл, коэффициент корреляции $K(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}} - \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}})$ никогда не может быть равен выражению

$$K_{\text{км}}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}} - \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}}) = \cos 2(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}} - \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}}),$$

которое дается квантовой механикой. В действительности при *классических* измерениях над *когерентными* парами фотонов мы должны воспользоваться иным выражением для коэффициента корреляции:

$$K(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}} - \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}}) = \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, A^*(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}})\, B^*(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}})$$

В обоих случаях распределение ρ(λ) скрытого параметра λ можно принять равным константе, так что это несущественный момент. Принципиальным является использование нами величин $A^*(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}})$, $B^*(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}})$ вместо $A(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}})$, $B(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}})$ в версии Белла. Связь же между ними такова:

$$A^*(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}}) = A(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}}) \cdot e_A(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}}),$$

$$B^*(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}}) = B(\lambda, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}}) \cdot e_B(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}})$$

где $e_A(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}})$, $e_B(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}})$ равны

$$e_A(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{I}}) = |\, \boldsymbol{E}_{\mathrm{I}} - \boldsymbol{E}_{\mathbf{I\ cp}} \,|\ ,$$

$$e_B(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{II}}) = |\, \boldsymbol{E}_{\mathrm{I}} - \boldsymbol{E}_{\mathbf{II\ cp}} \,|$$

т.е. в *классической* интерпретации – это взятые по абсолютной величине отклонения интенсивностей выходных пучков фотонов от средних (по всевозможным значениям параметра λ) значений. А вот в *квантовой* интерпретации это (с точностью до постоянного множителя) – *вероятности* исходов опыта. Вычисление на *основе закона Малюса*, подробно изложенное в приложении, дает *точное совпадение* с предсказанием КМ.

Именно в этом и состоит *ключевое* различие между предложенным Беллом “локальным реализмом” и “реальной” физической реальностью. Итак, анализ подтверждает, что суть проблемы действительно заключалась не в локальности, а *в предположении о детерминизме* измерительной процедуры.

Нужна ли гипотеза о сверхсветовой скорости?

В свете выводов, сделанных в данной работе, расмотрим теперь некоторые важные особенности ЭПР-опытов. Во-первых, необходимо выяснить, возникает ли на самом деле проблема обмена информацией со сверхсветовой скоростью.

В упомянутой выше работе **[Gizin, 2005]** в качестве аналогии с ЭПР-опытом приводится вымышленный пример с двумя игроками, подбрасывающими монеты на большом удалении друг от друга, а затем обнаруживающими необъяснимую нелокальную корреляцию, например, в тех случаях, когда они оба (по случайному совпадению) делали бросок *левой* рукой. Эта аналогия побудила автора указанной работы и других исследователей осуществить цикл экспериментальных и теоретических работ по оценке нижней границы скорости возможного обмена информацией между коррелирующими квантовыми объектами, которая оказалось много больше скорости света. Но данная аналогия *неверна*. Дело в том, что во всех без исключения ЭПР-опытах или опытах по телепортации фотоны (или другие частицы) прилетают из *общей* пространственной точки, потратив на это *конечное* время в полном соответствии с теорией относительности, тогда как моменты бросания монет никак и ничем *не связаны*.

Нетрудно описать “правильную” аналогию ЭПР-опыта с двумя монетами, которые с *одинаковой* частотой вращения в плоскости, перпендикулярной направлению движения, разлетаются из *общей* первоначальной точки. Каждая из монет характеризуется радиусом-вектором, связанным с фиксированной точкой на краю монеты, и постоянной линейной скоростью вращения этой точки. В каждый момент времени направление радиус-вектора и вектора скорости меняется, однако каждая из монет обладает *постоянным* моментом, вектор которого перпендикулярен плоскости вращения. Далее, пусть анализатор с каждой стороны представляет собой некоторую ось в плоскости, параллельной плоскости вращения, и в каждое мновение измеряет абсолютную величину проекций на эту ось радиус-вектора и вектора скорости. Очевидно, мгновенные значения этих проекций будут определяться косинусом угла между мгновенным положением радиус-вектора точки и постоянным выделенным направлением оси анализатора, а произведение этих проекций будет пропорционально *квадрату косинуса*, т.е. соответствует закону Малюса. Нетрудно понять, что мы получим точно такой же вид “нелокальной” корреляционной связи, который предсказывается КМ. Роль “скрытого” параметра здесь, очевидно, будет играть *случайная фаза вращения* монеты относительно центра вращения (которая по определению не меняется в зависимости от расстояния между частицами).

Как известно, в опытах Аспека **[Aspect, 2000]** и ему аналогичных большое внимание уделялось проверке влияния на результаты измерения сверхбыстрой перенастройки ориентации поляризаторов. Было надежно установлено, что результаты обусловлены только ориентацией поляризаторов *непосредственно в момент измерения*, а не в процессе излучения или подлета фотонов. Но именно такой результат следует из используемой нами модели, поскольку нелокальность корреляции – *кажущаяся* и проистекает из статистического характера локальных взаимодействий фотонов с поляризаторами. Она обусловлена общей причиной (когерентностью фотонов *в момент излучения*) и не связана с каким бы то ни было обменом информацией в последующие моменты.

Сделанный нами вывод, кстати, нисколько не отражается на положениях, относящихся к квантовой телепортации, квантовым коммуникациям и квантовой криптографии: в соответствующих процессах локальный статистистический механизм измерений точно таким же образом приводит к *кажущейся* нелокальности и к нарушению неравенств Белла. Таким образом, когда речь идет о взаимодействии *различных* частиц, то у нас нет оснований говорить о подлинной нелокальности КМ.

Сверхсветовая (или даже бесконечная) скорость влияния – еще не предел “парадоксальной” интерпретации. Австрийские ученые **[Jennewein et al., 2002]** провели эксперименты по телепортации фотонов от Алисы к Бобу таким образом, что регистрация фотонов Бобом происходила *до того* как Алиса производила свое измерение. Оказалось, что это никак не повлияло на результаты эксперимента. Что же, *позднейшее* по времени действие Алисы влияет на результат *более раннего* действия Боба? Я думаю, нет, т.к. на самом деле одиночное измерение одного участника ЭПР-опыта *не оказывает влияния* на результаты одиночного измерения другого участника.

Между тем, в том случае, когда мы рассматриваем не взаимодействие различных частиц, а поведение *отдельной* частицы, представление о ее локальности, видимо, является неверным. Прежде всего это связано с (подтвержденной экспериментами) концепцией Фейнмана о распространении частицы сразу по всем возможным траекториям. Основанный на этой парадигме метод интегралов по путям полностью эквивалентен традиционному математическому аппарату КМ. Кроме того, в рамках развиваемого мной подхода к интерпретации квантовых объектов, универсальность постоянной Планка свидетельствует о нелокальности каждого такого объекта **[Шульман, 2004]**.

Приложение

Вычисление коэффициента корреляции для когерентных фотонов в ЭПР-опыте

Нам необходимо вычислить величину

$$K = M\,\{(E_1 - E_{1cp}), (E_2 - E_{2cp})\} / (\sigma_1 \cdot \sigma_2)$$

где:

$$E_1 = \cos^2 x, \qquad E_{1cp} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 x\, dx = ½$$

$$E_2 = \cos^2 (x + \theta), \quad E_{2cp} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 (x+\theta)\, dx = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 (x+\theta)\, d(x+\theta) = ½$$

Здесь через $x = \lambda - \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{I}}$ обозначена разность между случайной поляризацией фотона λ и настройкой $\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{I}}$ поляризатора I, при этом разность между случайной поляризацией λ фотона и настройкой $\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{II}}$ поляризатора II будет равна $\lambda - \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{II}} = (x + \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{I}}) - \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{II}} = x + \theta$, где $\theta = \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{I}} - \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{II}}$. Интегралы вычисляются по всем возможным значениям x.

*Имеем **в знаменателе**:*

$$(\sigma_1)^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} (E_1 - E_{1cp})^2\, dx = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\cos^2 x - ½\,]^2\, dx =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\cos^4 x - \cos^2 x + ¼\,]\, dx =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^4 x\, dx - \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 x\, dx + ¼\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} dx =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} ¼\,(1 + \cos 2x)^2\, dx - ½ + ¼ = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} ¼\,(1 + \cos 2x)^2\, dx - ¼ =$$

$$= ¼\,[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 2x\, dx + 2\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos 2x\, dx + \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} dx] - ¼ =$$

$$= ¼\,[½ + 0 + 1] - ¼ = 1/8$$

и аналогично

$$(\sigma_2)^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} (E_2 - E_{2cp})^2\,dx = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\cos^2(x+\theta) - ½]^2\,dx =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\cos^2(x+\theta) - ½]^2\,d(x+\theta) = (\sigma_1)^2 = ¼\,\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 2x\,dx = 1/8$$

Теперь вычисляем ***числитель****:*

$$M\{(E_1 - E_{1cp}), (E_2 - E_{2cp})\} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} (E_1 - E_{1cp})(E_2 - E_{2cp})\,dx =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\cos^2 x - ½][\cos^2(x+\theta) - ½]\,dx =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 x\cos^2(x+\theta)\,dx - ½\,\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2 x\,dx - ½\,\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2(x+\theta)\,dx + ¼ =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} ¼\,[\cos(2x+\theta) + \cos\theta)]^2\,dx - ¼ - ¼ + ¼ =$$

$$= ¼\,[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2(2x+\theta)\,dx + 2\cos\theta\,\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos(2x+\theta)\,dx + \cos^2\theta\,\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} dx\,] - ¼ =$$

$$= ¼\,[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2(2x+\theta)dx + 0 + \cos^2\theta\,] - ¼ = ¼\,(½ + \cos^2\theta - 1)$$

$$= (1/8)\,(2\cos^2\theta - 1) = (1/8)\,(1 + \cos 2\theta - 1) = (1/8)\cos 2\theta$$

Следовательно

$$K = M\{E_1 - E_{1cp}, E_2 - E_{2cp}\} / (\sigma_1 \cdot \sigma_2) = (1/8)\cos 2\theta / (1/8) = \cos 2\theta$$

Библиография

[Aspect, 2000] Alain Aspect. Bell's theorem: the naive view of an experimentalist. http://quantum3000.narod.ru/edupapers.html, русский перевод доступен по ссылке http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/aspek_teorema_bella.pdf

[Bell, 1964] J.Bell, Physics (N.Y.) 1, p.195, 1964.

[Christian, 2007] “Disproof of Bell’s Theorem by Clifford Algebra Valued Local Variables”, Joy Christian, arXiv:quant-ph/0703179; “Disproof of Bell’s Theorem: Reply to Critics”, Joy Christian, arXiv:quant-ph/0703244; “Disproof of Bell’s Theorem: Further Consolidations”, Joy Christian, arXiv:quant-ph/0707.1333

[EPR, 1935] A.Einstein, B.Podolsky, and N.Rosen, Phys. Rev. 47, p. 777, 1935.

[Gisin, 2005] Gisin N. Can relativity be considered complete? From Newtonian nonlocality to quantum nonlocality and beyond. quant-ph/0512168v1, русский перевод доступен по ссылке http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_translation/Gizin.pdf

[Grangier, 2007] Philippe Grangier. “Disproof of Bell’s Theorem : more critics”, arXiv: quant-ph/0707.2223v1, русский перевод доступен по ссылке
http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_translation/antiBellcomment.pdf
[Jennewein et al., 2002] Thomas Jennewein, Gregor Weihs, Jian-Wei Pan, and Anton Zeilinger. Phys.Rev.Lett. v.88, 017903 (2002).
[Khrennikov, 2007] Andrei Khrennikov. Bell’s inequality: Physics meets Probability. arXiv:0709.3909v1 [quant-ph]
[Шульман, 2004] Шульман М.Х. *Вариации на темы квантовой теории.* Москва, Едиториал УРСС, 2004. Доступно по ссылке:
http://timeorigin21.narod.ru/rus_quantum/Variations.pdf