

## ДИСКУССИИ

УДК 550.383.3

© 1998 г. В.В. Кузнецов

**СВЯЗЬ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ И МАСШТАБНОЙ  
ИНВАРИАНТНОСТИ ИНВЕРСИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
С ИЗМЕНЕНИЕМ РЕЖИМА КОНВЕКЦИИ В ЯДРЕ ЗЕМЛИ**

Показано, что фрактальные свойства и масштабную инвариантность инверсий (обращений) геомагнитного поля можно объяснить изменением режима конвекции во внешнем ядре.

**Введение**

Информация о периодах инверсий неоднократно привлекала внимание исследователей, которых интересовал, в частности, такой вопрос: можно ли сказать что-либо определенное о характере эволюции Земли? Например, развивалась Земля случайным образом, или в природе ее эволюции заложены какие-то принципы? Надо сказать, что анализ данных по инверсиям [1] приводил авторов к совершенно различным выводам от полного отрицания каких-либо закономерностей до выделения четкой периодичности. В течение последних примерно 80 млн. лет инверсии на Земле случались в среднем примерно 2–3 раза в миллион лет. В течение предыдущих 40 млн. лет инверсий не было вовсе, а в еще предыдущие 40 (от 160 до 120 млн. лет назад), характер инверсий был примерно тот же, что и последние 80 (см. рис. 1). Период 120–80 млн. лет назад, в течение которого инверсий вообще не было, получил название меловой суперхрон. По некоторым данным, ранее 160 млн. лет тому назад тоже происходил суперхрон – юрский, еще раньше (250–300) – карбонский и т.п. В истории магнитного поля Земли суперхроны случались довольно регулярно, причем, они перемежались периодами частых инверсий. Замечено, что длительность суперхронов постепенно увеличивалась и последний был самым длинным.

Имея такую подробную информацию о прошлом геомагнитного поля, а также имея в виду давно замеченную особенность, состоящую в том, что большая частота инверсий каким-то образом связана с активизацией геодинамических процессов, возникает естественное стремление выяснить, имеется ли в этой информации скрытая от глаз периодичность, или смена полярности поля представляет собой процесс, включающий набор статистически независимых друг от друга событий.

Результаты анализа частоты инверсий оказались противоречивы: от полного отрицания наличия периодичности А.А. Рузмайкиным и В.Л. Трубицыным [2], до предложения А. Mazaud и С. Laj [5] использовать цикл изменения частоты инверсий длительностью в 15 млн. лет, как количественный тест. Рузмайкин и Трубицын, анализируя статистику инверсий за последние 80 млн. лет по шкале Харланда и др. [1], показали, что моменты обращений поля распределены по случайному (пуассоновскому) закону. Они специально выясняли такой вопрос: может ли в случайном процессе инверсий поля присутствовать периодичность? Оказывается, что появление пика в спектре мощности случайного процесса возможно, однако, по мнению авторов, это необязательно соответствует наличию какой-либо периодической составляющей [2].

С.С. Иванов [3] с целью поиска периодичности и самоподобия исследовал те же данные (за 160 млн. лет) и отметил, что идея масштабного самоподобия палеомагнитной шкалы неосознанно заложена ее авторами [6, 7] во введенной ими терминологии, определяющей иерархию

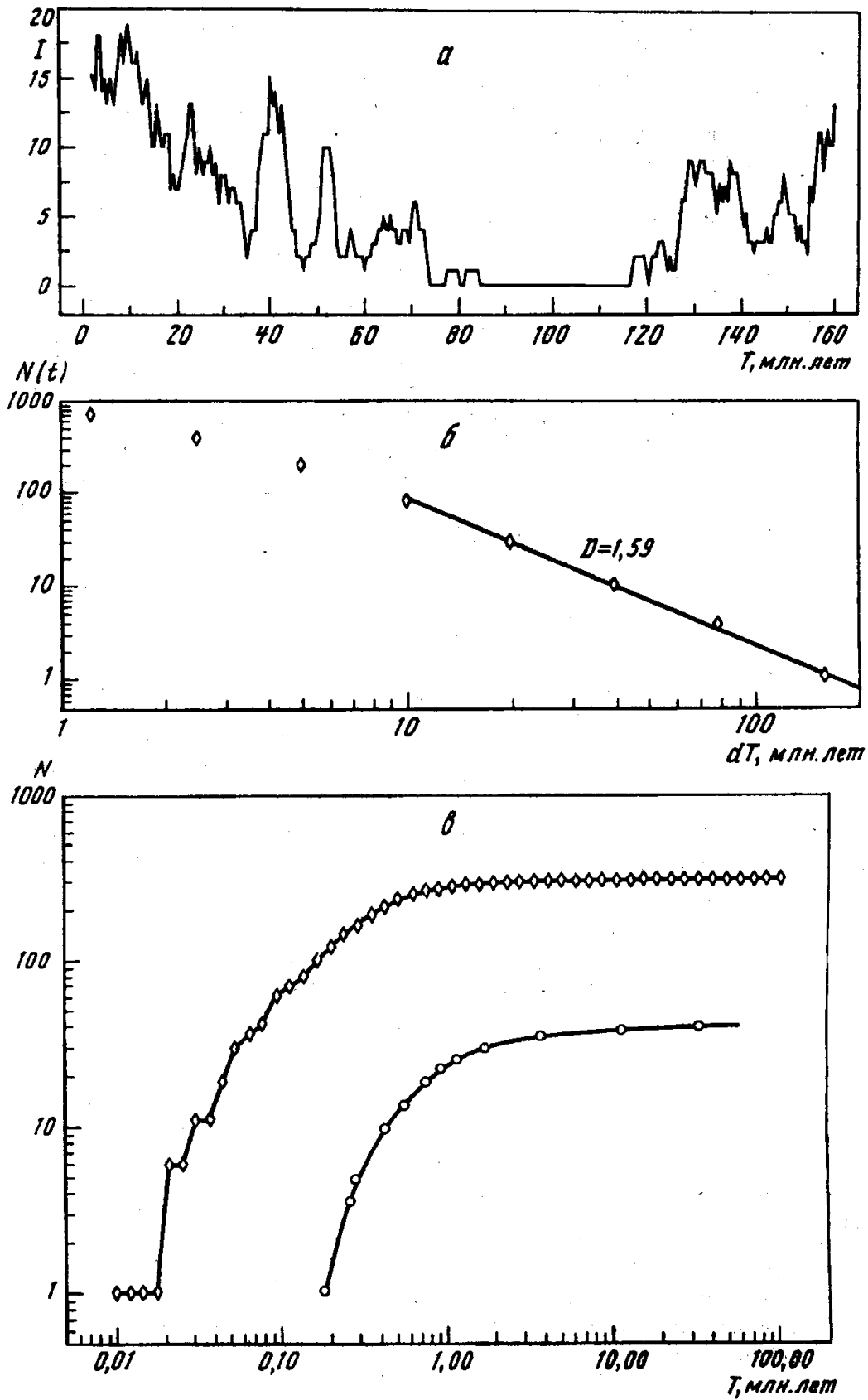


Рис. 1. Распределение количества инверсий  $I$ , произошедших в течение трех млн. лет, за  $T = 160$  млн. лет эволюции геомагнитного поля [1] – (а); б – оценка величины клеточной фрактальной размерности ( $D = \lg N(t) / \lg dT$ ); в – распределение интервалов времени между инверсиями, меньшими чем заданный ( $N$  – количество интервалов,  $T$  – продолжительность интервала). Верхняя кривая – по данным [1], нижняя – по модели

эпох поведения геомагнитного поля. Последовательно выделяются субхроны, хроны, суперхроны и гиперхроны, продолжительность которых прогрессивно увеличивается. Автор [3] подводит некоторую количественную базу под идею самоподобия палеомагнитной шкалы. Он показывает, что на масштабах времени порядка 1 млн. лет множество инверсий геомагнитного поля можно рассматривать как поток независимых событий, аналогичный пуассоновскому процессу. На больших масштабах ситуация меняется и поток событий не является полностью случайным, а проявляет хорошо выраженное самоподобие. Такая характеристика свидетельствует, по мнению Иванова [3], о том, что последовательность инверсий, оставаясь хаотической, не является полностью случайной (так называемый слабый хаос). В работе [4] Иванов рассмотрел мультифрактальные свойства множества обращений магнитного поля и оценил размерность аттрактора. Оценка автора фрактальной размерности инверсий показывает заметную кластеризацию событий во времени и наличие самоорганизации.

Mazaud и Laj [5] анализировали различающиеся шкалы геомагнитных инверсий за последние 100 млн. лет и получили несколько отличающиеся один от другого результаты. Общим для всех трех шкал было то, что выявлялись характерные пики в спектре мощности: свой для каждого спектра. Для разных шкал эти пики соответствовали периоду самоподобия в 14–16,5 млн. лет. Эти авторы полагают, что наличие пика в спектре мощности может служить своеобразным количественным тестом для других геофизических явлений. Mazaud и Laj не дают физической интерпретации полученного результата, однако полагают, что это явление скорее всего связано с конвекцией жидкости в земном ядре, причем это движение находит свое отражение в процессах, происходящих в мантии, в частности, в нижней мантии, на границе ее с ядром. Принято считать, что замеченная периодичность, вероятно, контролируется длиннопериодными вариациями геодинамо.

### Постановка задачи

На рис. 1 изображен ряд инверсий ( $I$ ) геомагнитного поля, случившихся за последние 160 млн. лет [1]. Ниже, на этом рисунке, приведена оценка клеточной фрактальной размерности ряда периодов времени между инверсиями, полученная методом покрытий [9]. Она выражается зависимостью:  $N(\delta) = \alpha \delta^{-D}$ , здесь  $\delta$  – имеет смысл длительности периода ( $dT$ ) между инверсиями,  $\alpha \sim p(t)$  имеет смысл вероятности того, что произвольно выбранный интервал будет иметь продолжительность  $t$ , величина фрактальной размерности  $D = 1,59$ , а  $N(\delta)$  означает число интервалов. Зависимости подобного типа принято считать скейлинговыми соотношениями. В нашем случае это выражение характеризует масштабную инвариантность процесса для продолжительностей интервалов одинаковой полярности поля [4, 9]. Полученная зависимость показывает, что количество интервалов, например, длительностью в 10 млн. лет в три раза больше, чем периодов в 20 млн. лет и т.п. Это соотношение справедливо для периодов больших одного млн. лет [4]. Еще ниже показан график количества интервалов  $N$  с длительностью (верхняя кривая), меньшей чем соответствующий период, заданный по оси  $T$ , на которой длительность интервалов приведена в млн. лет.

Сформулируем задачу: необходимо подобрать возможный физический механизм, связанный с генерацией геомагнитного поля, в котором могли бы осуществиться, по крайней мере, две особенности. Во-первых, при генерации поля должны проявиться механизмы, приводящие к смене его полярности и, во-вторых, количество периодов различных полярностей поля  $N(t)$  должно быть:  $N(t) \sim t^{-D}$ , где  $D \approx 1,6$ . Примем во внимание то, что какова бы ни была модель генерации геомагнитного поля, она в любом случае оказывается тесно связанной с процессами, происходящими в жидкой части земного ядра. По всей видимости, именно здесь можно попытаться выявить искомые механизмы.

### Модель

Обратимся к экспериментальным результатам, полученным D. Giardini, X.D. Li and J.H. Woodhouse [8] при анализе спектров собственных колебаний Земли, точнее, их splitting – функций, возбуждаемых сильными землетрясениями. Анализ результатов показывает, что  ${}_{11}S_4$  мода колебаний, максимум интенсивности которых приходится на внешнее ядро, четко фиксирует картину, состоящую из симметрично расположенных пятен (6 "черных" и 6 "белых", см. рис. 2). Каждое из этих пятен означает, что плотность вещества ядра чуть больше (на 0,2%), или чуть меньше ее среднего значения. Близкие структуры пространственного распределения скорости  $P$ -волн и плотности вещества наблюдаются на картах splitting-функций других мод

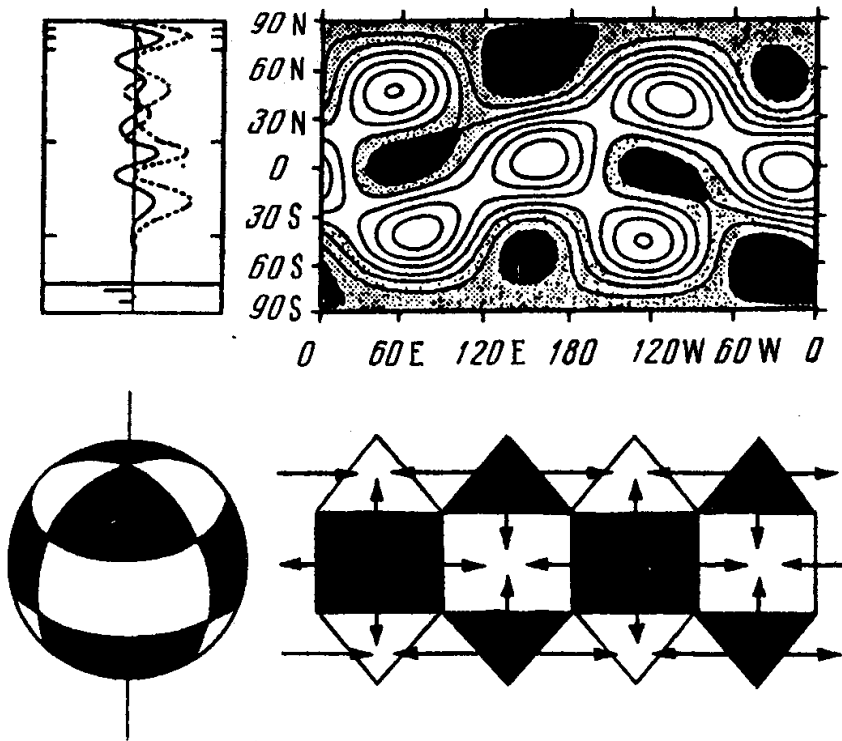


Рис. 2. Splitting-функция для моды  ${}_{11}S_4$ , слева – kernels-функция для  $s = 4$  (точки –  $V_p$ , сплошная – распределение плотности) [8] –верху. Внизу слева – сферическое колебание с тессеральной гармоникой  $P_4^3$ , справа – структура конвективных ячеек во внешнем ядре

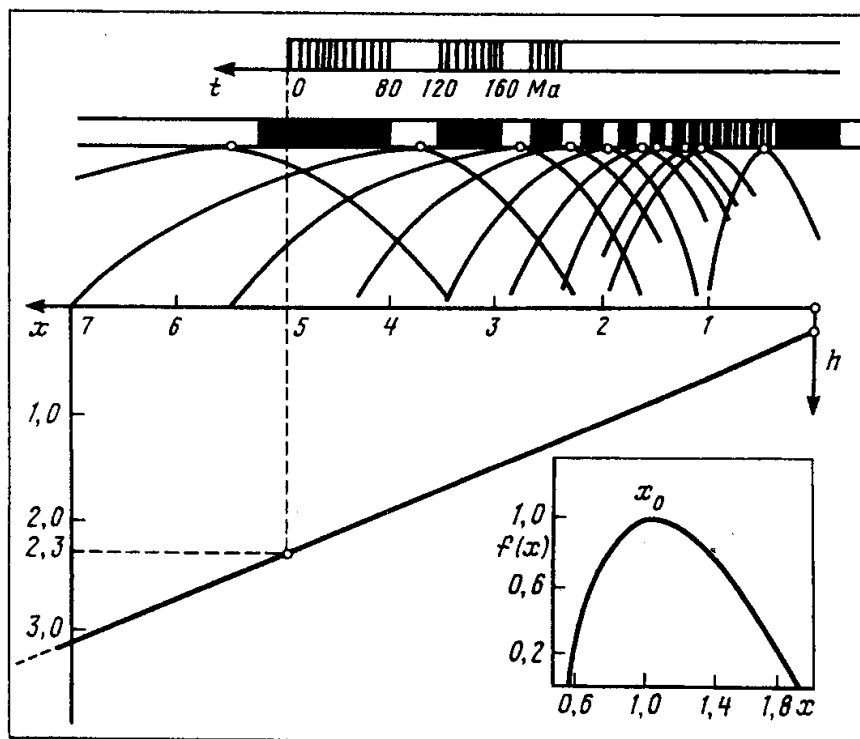


Рис. 3. Графики функций, характеризующих устойчивость конвективных ячеек с различными размерами  $x$ . Вверху – шкала инверсий (черные) и суперхронов (белые интервалы). Справа внизу – фрактальная мера конвективной ячейки  $f(x) = 1$ , ( $x_0 \approx 1$ ) [9]

собственных колебаний (в частности,  ${}_{13}S_2$ - и  ${}_{13}S_3$ -моды), интенсивность которых по глубине (kernel-функции) тоже приходится на внешнее ядро. Правда, эти изображения не столь четки и симметричны, как в случае  ${}_{11}S_4$ -моды, однако, и на них можно различить шесть белых пятен, в которых интенсивность splitting-функций, и связанное с ней изменение плотности, отрицательны, и шесть черных, в которых эти параметры положительны.

Предположим, что отмеченная нами структура не случайна, а наоборот, показывает истинное пространственное распределение плотности вещества внешнего ядра. Такая картина может возникать, например, если в ядре происходит ламинарная 12-ячеистая конвекция. Принято считать внешнее ядро конвективным, а конвекцию в нем турбулентной. Дело в том, что число Рэлея ( $Ra$ ) в ядре больше чем критическое, которое условно делит конвекцию на турбулентную ( $Ra > 10^6$ ) и ламинарную. Надо сказать, что это, весьма условное деление, привнесено из экспериментов, производимых в основном с водой. Насколько известно автору, еще никто не доказал, что такое деление типа конвекции на турбулентную и ламинарную справедливо для вещества внешнего ядра, для которого до сих пор еще остается дискуссионной величина вязкости.

Заметим, что модель динамо предполагает совсем другой вид конвекции во внешнем ядре. Тем не менее, похоже, мы имеем основания предположить, что пространственная структура внешнего ядра, выявленная при анализе мод собственных колебаний (splitting-функций), соответствует конвекции в ядре, где образовались 12 ячеек. Из них, в 6-ти вещество ядра "всплывает", а в 6-ти других – "тонет". Эти ячейки, по своей структуре, весьма похожи на собственное сферическое колебание с тессеральной гармоникой типа  $P_4^3$ . Здесь обозначены степень гармоник  $j = 4$ , и ее порядок  $m = 3$ . На рис. 2 показана схема конвективного движения вещества в такой структуре, состоящей из 12 ячеек.

В различных моделях внутреннего устройства Земли принимаются различные схемы эволюции ядра, как внешнего, так и внутреннего. В некоторых из них радиус внутреннего ядра постепенно увеличивается, в других моделях он уменьшается. Внешнее ядро в некоторых моделях остается неизменным, в других – увеличивается и т.п. Из множества моделей воспользуемся той, в которой размер внешнего ядра остается постоянным, в то время как радиус внутреннего ядра постепенно уменьшается.

В процессе эволюции Земли толщина ее жидкого ядра  $h(t)$  возрастает, что обязано приводить к перестройке конвекции, т.к. горизонтальный линейный размер устойчивой конвективной ячейки  $x$  связан с ее высотой  $h(t)$  примерным соотношением:  $h \approx 0,5x$ . (Возможно, эта пропорция определяется "золотым" сечением:  $x = 0,618$ ,  $h = 0,382$ . В любом случае, размеры устойчивой конвективной ячейки  $h$  и  $x$  взаимосвязаны.)

Как известно, тепловая конвекция обладает фрактальной структурой, фрактальное подмножество меры конвективной ячейки определяется функцией  $f(x)$  [9], изображенной в правом нижнем углу рис. 3. Примем, что функция  $f(x)$  (характеризующая спектр сингулярностей процесса) имеет смысл устойчивости состояния конвективной ячейки: когда  $f(x) \approx 1$ , ячейка обладает наибольшей устойчивостью и, по мере уменьшения ее величины ( $f(x) < 1$ ), устойчивость ячейки уменьшается. Из рисунка видно, что функция  $f(x)$  асимметрична относительно параметра  $x$ : при  $x < x_0$ , функция убывает примерно в три раза быстрее, чем в случае  $x > x_0$ .

Ориентируем ось  $x$  вдоль экватора границы ядро–мантия. Построим вдоль этой оси графики функций  $f(x)$  для различных  $x_0$  (аналогичных изображенным в правом углу рис. 3), каждое значение которых:  $x_{0j} = 2\pi R_E/j$ , где  $x_{0j}$  – длина устойчивой конвективной ячейки,  $R_E$  – радиус внешнего ядра,  $j$  – количество конвективных ячеек вдоль экватора внешнего ядра (степень гармоник) и  $m$  – число ячеек вдоль меридиана (порядок гармоник). Примем одно из условий устойчивости конвекции:  $j = m$ . Еще одно условие устойчивости мы оговорили выше, оно касается отношения высоты конвективной ячейки к ее размеру по горизонтали:  $h \approx 0,5x_0$ . На рис. 3, в координатах  $x$ – $f(x)$  изображены значения  $f(x)$  для конвективных ячеек, у которых  $j$  принимает значения:  $j = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ , ( $x_{0j} = 11; 5,5; 3,6; 2,75; 2,2; \dots$  тыс. км). По оси ( $-y$ ) отложена толщина ядра  $h$  (тыс. км) =  $R_E - R_G$ , где  $R_G$  – радиус внутреннего ядра. Из рисунка следует, что для различных значений  $j$ , функции  $f(x)$  значительно между собой перекрываются. Это означает, что конвективная ячейка может оказаться устойчивой в сравнительно малой области значений  $x$  (примерно в  $1/4$  от величины  $x_0$ , в его окрестности).

Уточним предположения, о которых шла речь выше:

- 1) В процессе эволюции Земли величина  $h$  возрастает.
- 2) В определенные моменты времени происходит смена режима конвекции.

3) Геоманнитное поле оказывается устойчивым в те моменты времени, когда устойчива конвекция, каков бы ни был механизм его генерации, и оно меняет свою полярность в те моменты, когда меняется режим конвекции. (Надо сказать, что наши допущения не совсем безосновательны, они подкрепляются некоторыми идеями генерации геоманнитного поля.)

4) Допустим, что на "долю" устойчивой конвекции приходится примерно 1/4 от всей длины интервала ( $x_{0j} - x_{0j-2}$ ), в то время как на долю периода инверсий – оставшиеся 3/4. Последнее вызвано асимметрией функции  $f(x)$ .

Принятые предположения позволяют рассчитать ряд длин  $\lambda_j = x_{0j} - x_{0j-2}$ . Каждое из полученных таким образом чисел составляет упорядоченное численное множество: 5,5; 3,6; 2,7; 2,2; 1,83; 1,57; 1,37; 1,22; 1,1; 1,0 и т.д. (в тыс. км). Каждое из этих  $\lambda$  разбиваем на 1/4 и 3/4 (например, вместо 5,5 будем иметь: 4,1 и 1,4 и т.д.) и составляем новое множество. Числа этого множества имеют в нашей модели смысл длительностей режимов неустойчивой (периодов инверсий) и устойчивой (суперхронов) конвекции. (Это оказывается возможным при выполнении очевидного условия:  $t \sim \lambda/v$ , где  $v$  скорость изменения  $h$  и, соответственно,  $x$  и  $\lambda$ .)

С помощью метода покрытий, строим кривую (нижнюю на рис. 1а), которая оказывается аналогичной верхней (построенной по данным каталога [1]). Похожесть обеих кривых (рис. 1а) говорит о том, что мы, возможно, правильно выбрали простую физическую модель, адекватно отражающую природу явления инверсий. Чтобы еще раз убедиться в этом, оценим величину фрактальной размерности полученного нами множества. Количество интервалов  $N(t)$  этого счетного множества аппроксимируется зависимостью:  $N(t) \sim t^{-1,6}$ , что является скейлинговым соотношением. Полученная фрактальная размерность  $D$  (степень при  $t$ ) совпадает с  $D$ , оцененной по данным каталога инверсий (см. рис. 1б). Это обстоятельство подкрепляет уверенность в том, что мы, возможно, нашли верный механизм явлений, связывающих фрактальные свойства и масштабную инвариантность инверсий поля с изменением режима конвекции в ядре Земли.

### Обсуждение модели

Полученная нами зависимость:  $N(t) \sim t^{-1,6}$  связывает изменяющуюся в процессе эволюции Земли длину конвективных ячеек  $\lambda$  с их числом  $j$  вдоль экватора ядра Земли. Линейные размеры ячеек изменяются во времени. Это дает нам возможность оценить порядок скорости "плавления" внутреннего ядра  $v = dh/dt$ , и сравнить его со скоростью "геологических" процессов.

В настоящее время величина  $h = 2,3$  тыс. км инверсии геоманнитного поля продолжают "уже" в течение 80 млн. лет. Длительность предыдущего (мелового) суперхрона составляла 40 млн. лет. Следовательно, длительность периода частых инверсий должна быть примерно в 3 раза длиннее, т.е. 120 млн. лет. Отсюда следует, что на Земле инверсии магнитного поля могут продолжаться еще примерно 40 млн. лет. Затем должен начаться (см. рис. 3) очень длинный суперхрон, причем, он будет продолжаться практически все оставшееся время существования геоманнитного поля, которое, возможно, вообще прекратит свое существование в тот момент, когда внутреннее ядро полностью "расплавится". (Возможно, такое явление уже произошло на Луне и Марсе.) Используя рис. 3 можно получить, что в течение "последних" 100 млн. лет величина  $h$  увеличилась примерно на 600 км, что соответствует скорости "плавления" ядра  $v = 0,6$  см/год. Надо сказать, что с точки зрения привычных нам скоростей геологических процессов, эта оценка вполне правдоподобна ( $dx/dt \approx 1$  см/год).

Наша модель открывает путь для объяснения широко обсуждающейся [10–12] корреляции между суперхронами и резким увеличением интенсивности магматизма – суперплюмами. Действительно, в периоды устойчивой конвекции (т.е. в периоды суперхронов) охлаждение ядра и теплоперенос из него в мантию (и связанное с этим образование плюмов), возможно, будет происходить более эффективно, чем в периоды неустойчивой конвекции. Эта, отмечаемая многими геологами, корреляция не противоречит нашей модели.

### Заключение

Обратим внимание на полученное нами скейлинговое соотношение, имея в виду, что  $N(t)$  имеет смысл частоты  $\omega$ . Перейдем от:  $N(t) \sim t^{-1,6}$  к спектру мощности флуктуаций периодов обращений поля и получим:  $S(\omega) \sim \omega^{-\gamma}$ , где  $\gamma > 1$ . Частотная зависимость вида  $S(\omega) \sim \omega^{-\gamma}$  для спектра мощности известна в различных областях физики под наименованием (1/f) фликкер-шума. Ряд временных интервалов инверсий и суперхронов, по-видимому, можно уподобить фликкер-шуму, аналогично тому, как это было сделано, например, А.А. Бердыевым и В.А. Мухамедовым [13], где ставился вопрос, не является ли последовательность землетрясений,

имеющая вид:  $N(\epsilon) \sim \epsilon^{-\gamma}$  (закон Гутенберга–Рихтера), фликкер-шумом. Как показано Г.Н. Бочковым и Ю.Е. Кузовлевым [14], фликкер ( $1/f$ )-шум обычно сопровождается стационарно протекающими необратимыми процессами, он является результатом флуктуаций диссипативной системы, находящейся в термодинамически неравновесном состоянии. Иногда он интерпретируется как свойство, присущее системе, обладающей широким набором времен релаксации  $t$ , суммирующихся с весом  $t^{-1}$ . Фликкер-шум принято считать универсальным свойством диссипативных систем переноса. Р. Вак, С. Tang и К. Wiesenfeld [15] сделали попытку объяснить природу фликкер-шума, как следствие явления самоорганизации динамической системы. Идея самоорганизации тесно связана с разбиением изначально простой многоэлементной динамической диссипативной структуры на фракталы. Подобные идеи развиты Г. Хакеном в синергетике [16], основным базисом которой является использование уравнения самоорганизации Фоккера–Планка, в котором принципиальным является наличие в системе и взаимодействие в ней двух процессов: дрейфа и диффузии (перколяции). В этом плане очевидно, что процесс “плавления” внутреннего ядра не может быть единственной причиной проявления Землей фрактальных свойств и кластеризации. По всей видимости, ему “отводится роль” дрейфового механизма. Как мы отмечали, фрактальные свойства присущи конвекции, и в этом случае явление перколяции может состоять в изменении ее режима от более устойчивого ламинарного к менее устойчивому – турбулентному. Заметим, что подобные переходы характеризуют самоорганизующиеся фрактальные структуры [17]. С другой стороны, известно [14], что интенсивность фликкер-шума возрастает в структурах, обладающих фрактальными свойствами. По-видимому, именно этим объясняется наличие  $1/f$ -зависимости в инверсиях геомагнитного поля. Причина рассматриваемых явлений, скорее всего, лежит в самом характере эволюции Земли, как диссипативной структуры, проявляющей при изменении ее термодинамических характеристик, фрактальные и скейлинговые свойства.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харланд У.Б., Кокс А.В., Ллевеллин П.Г. и др. Шкала геологического времени. М.: Мир, 1985. 188 с.
2. Рузмайкин А.А., Трубицын В.Л. Статистика инверсий геомагнитного поля за последние 80 млн. лет // Геомагнетизм и аэрономия. 1992. Т. 32. № 5. С. 166.
3. Иванов С.С. Самоподобие последовательности инверсий геомагнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. 1993. Т. 33. № 5. С. 181.
4. Иванов С.С. Мультифрактальные свойства и размерность аттрактора обращений геомагнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. 1996. Т. 36. № 4. С. 149.
5. Mazaud A., Laj C. The 15 m.y. geomagnetic reversal periodicity: a quantitative test. // Earth Planet. Sci. Lett. 1991. V. 107. № 3/4. P. 689.
6. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. Freeman.: N.Y. 1983. 272 p.
7. Turcote D. Fractals in Geology and Geophysics // Pure Appl. Geoph. 1989. V. 131. № 1/2. P. 171.
8. Giardini D., Li X.D., Woodhouse J.H. Splitting functions of longperiod normal modes of the Earth // J. Geoph. Res. 1988. V. 93. № B11. P. 13716.
9. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 260 с.
10. Larson R.L., Olson P. Mantle plumes control magnetic reversal frequency // Earth Planet. Sci. Lett. 1991. V. 107. № 3/4. P. 437.
11. Fuller M., Weeks R. Superplumes and superchrons // Nature. 1992. V. 356. P. 16.
12. Cortillot V., Besse J. Magnetic field reversals, polar wander, and core-mantle coupling // Science. 1987. V. 237. P. 1140.
13. Бердыев А.А., Мухамедов В.А. Землетрясения – фликкер-шум? // ДАН СССР. 1987. Т. 297. № 5. С. 1077.
14. Бочков Г.Н., Кузовлев Ю.Е. Новое в исследованиях  $1/f$ -шума // Успехи физ. наук. 1983. Т. 141. № 1. С. 151.
15. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality: an explanation of  $1/f$  noise // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. № 4. P. 381.
16. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с.
17. Климонтович Ю.Л. Критерии относительной степени упорядоченности открытых систем // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1231.